



纯二维 5/3 小波变换及其在 CT 图像无损压缩中的应用

徐妮妮, 张明明, 汪剑鸣

(天津工业大学电子与信息工程学院, 天津 300387)

摘要: 小波变换在数字图像处理领域有着广泛的应用, 其对图像的处理常采用行列分离处理方式, 这种方式不能完全吻合人眼视觉特性。针对这一情况, 构造了一种与人眼视觉特性更加吻合的纯二维小波变换处理方式。首先, 由一维 5/3 小波滤波器组通过 McClellan 变换构造纯二维 5/3 小波滤波器组, 并用提升格式实现; 然后, 用该提升格式与纯二维 Lazy 小波滤波器组相嵌套的形式实现图像的纯二维 5/3 小波变换。为了便于工程应用, 给出了其变换规程。将纯二维 5/3 小波变换用于 CT 图像的无损压缩, 实验证明: 对于 512 dpi×512 dpi 尺寸的 CT 图像, 纯二维 5/3 小波变换无损压缩效果高于二维可分离 5/3 小波变换, 每幅图像可平均节省 1 989.9 byte。

关键词: 人眼视觉系统; McClellan 变换; 提升格式; 纯二维 5/3 小波变换; 无损压缩

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2016122

True 2-D 5/3 wavelet transform and its application for CT image lossless compression

XU Nini, ZHANG Mingming, WANG Jianming

School of Electronics and Information Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China

Abstract: Wavelet transform is widely used in the field of digital image processing, and it usually processes image by separating the row and column, which can't meet the human visual system (HVS) completely. To address this situation, a kind of true 2-D 5/3 wavelet transform was constructed, which was more consistent with HVS. Firstly, 1-D 5/3 wavelet filter bank constructed the true 2-D Lazy wavelet filter bank by McClellan transform, and it was implemented by lifting scheme. Then, this lifting scheme was nested with the true 2-D Lazy wavelet filter bank to implement true 5/3 wavelet transform of image. To facilitate engineering applications, the transformation procedure was given. The experiments of true 5/3 wavelet transform used in CT image lossless compression, the experiment shows that, for 512×512 size CT image true 5/3 wavelet transform has better compression effect when compared with two dimensional separable 5/3 wavelet transform and can save 1 989.9 byte per piece on average.

Key words: HVS, McClellan transform, lifting scheme, true 2-D 5/3 wavelet transform, lossless compression



1 引言

目前对数字图像进行离散小波变换处理,大多是采用行和列分离的处理方式,参考文献[1,2]中采用离散小波变换对图像进行处理,即采用这种行列分离方式。使用 Daubechies 9/7、5/3 小波对图像进行编码的国际标准 JPEG2000^[9],也是行列分离的处理方式。研究证明,大多数的自然信号(包括声音和图像)在变换域有一个重要的统计特性^[4,6]:即进行频域变换后,信号频谱低频的幅值较大,高频的幅值较小,信号的能量主要集中在低频区域。很多自然界图像的能量主要集中于频域平面所谓的“钻石形”区域内。人眼的视觉特点是^[5,8]:时—空频率特性的各向异性,人眼在空间频域内沿 45° 对角线方向的频率宽度要比水平和垂直方向的频率宽度低 10%~20%,这一特点使得“钻石形”区域内的信息能很好地符合人眼视觉特性。利用五株采样的纯二维小波分解,相比于使用行列分离的处理方式,可以较好地使图像的能量主要集中在“钻石形”区域的低频子带内,子带分解与人眼的视觉特性相符合,这样的分解对图像编码和特征提取十分有利^[9~11]。

为了实现图像的纯二维小波变换,由一维 5/3 小波滤波器组通过 McClellan 变换,构造纯二维 5/3 小波滤波器组。提升格式是 Sweldens 等人^[12]首先提出的一种小波构造方法,能实现小波的整数变换且对内存要求低,使用迭代算法等减少运算量、节省运算时间,在工程应用领域有很大优势^[13]。为了减少分解与重构的运算量,采用提升格式对构造的纯二维 5/3 小波滤波器组进行实现,该提升格式再与纯二维 Lazy 小波滤波器组相嵌套,实现图像的纯二维 5/3 小波变换。本文给出了纯二维 5/3 小波分解与重构的规程,该规程吸收和发展了 JPEG2000 中原位运算、边界对称延拓和系数交错的算法精髓,图像数据的行数和列数不拘泥于 2^N (N 为非负整数),可以是任意整数,图像数据左上角行列坐标不拘泥于偶数,可以是奇数或偶数的任意组合,可以实现最低频子带数据的最小尺寸为一行或一列。该规程相对于参考文献[10,11,14]在图像数据的任意行、任意列、任意空间位置、最大分解级数、原位运算和折叠返回对称边界延拓方面都有突破。

CT 图像常用于医学检查,是亮度图像,位深度为 16 bit,未压缩的图像数据量较大,这种图像的医学用途需要对其进行无损压缩。本文对其进行纯二维 5/3 小波变换,变换域的小波系数采用比特面编码生成索引和比特对,然后把索引和比特对压入算术编码器生成压缩码流,这种编码方

法比 EZW 和 SPIHT 编码方法更具有实用价值。

2 纯二维 5/3 小波滤波器组

2.1 纯二维 5/3 小波滤波器组的构造

一维 5/3 小波滤波器组如图 1 所示, $\tilde{h}(n)$ 、 $h(n)$ 为低通分解和低通重构滤波器, $\tilde{g}(n)$ 、 $g(n)$ 为高通分解和高通重构滤波器(图 1 中滤波器系数比一维 5/3 小波滤波器组系数的理论值缩小了 $\sqrt{2}$ 倍), $\downarrow 2$ 和 $\uparrow 2$ 分别为 1:2 抽取因子和 2:1 内插因子。

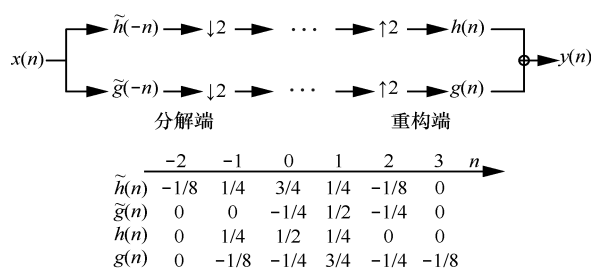


图 1 一维 5/3 小波滤波器组

对图 1 中分解端与重构端的低通、高通滤波器采用 McClellan 变换,得到纯二维 5/3 小波滤波器组,如图 2 所示。 $\tilde{h}(n_1, n_2)$ 、 $h(n_1, n_2)$ 为低通分解和重构滤波器, $\tilde{g}(n_1, n_2)$ 、 $g(n_1, n_2)$ 为高通分解和重构滤波器, $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\downarrow M$ 和 $\uparrow M$ 分别为 1:2 五株抽取因子和 2:1 五株内插因子。

2.2 提升格式实现

利用欧几里德算法对纯二维 5/3 小波滤波器系数进行分解,构造其劳伦多项式,得出纯二维 5/3 小波滤波器组的提升格式,如图 3 所示, P 为预测算子, U 为更新算子。该提升格式是图 2 所示的纯二维 5/3 滤波器组的等价结构,若忽略数值的运算精度,对图像的分解和重构结果是完全相同的,该提升格式的优势是可以减少小波分解与重构的一半运算量。若忽略图 3 中高频子带五株抽取器前和五株内插器后的常数,则图 3 即成为著名的红—黑小波。

图 3 所示的提升格式不能用于无损压缩,若对经过算子的数据取整,并且高频子带五株抽取器前和五株内插器后的常数改为 1,则图 3 可以改造为图 4(图 4 中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示对经过算子“ $\cdot$ ”的信号取整,其值为小于信号的最大整数)。图 4 提升格式的运算量与图 3 相当,小波变换域系数均为整数,可以用于图像的无损压缩,也可以借助于分辨率渐进或质量渐进的方式用于图像的有损压缩。

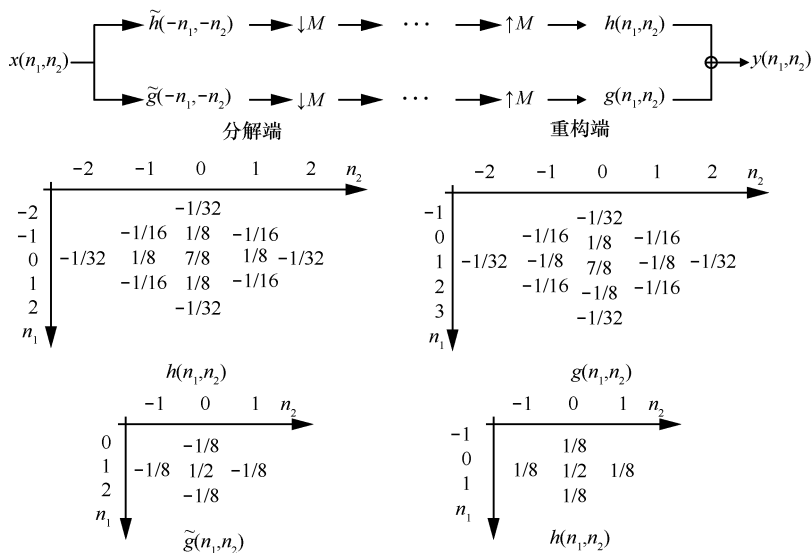


图2 纯二维 5/3 小波滤波器组

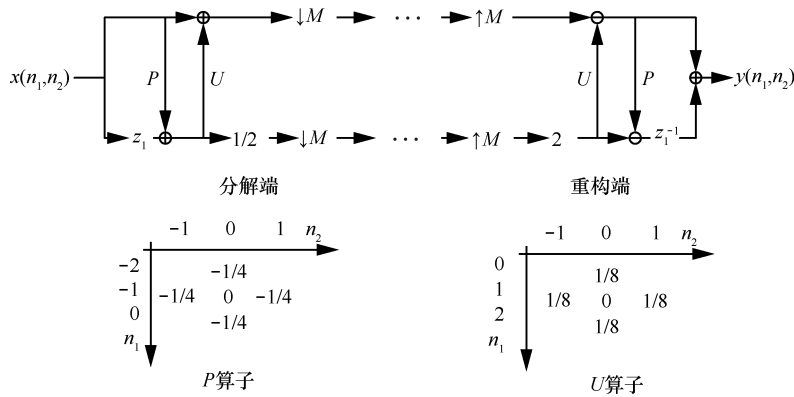


图3 纯二维 5/3 小波滤波器组的提升格式

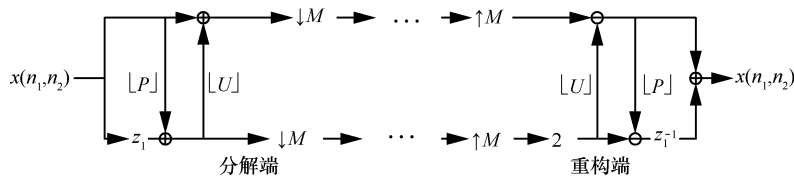


图4 纯二维 5/3 小波滤波器组的提升格式(整数变换)

2.3 提升格式与纯二维 Lazy 小波滤波器组嵌套

图4所示的提升格式直接用于图像小波变换,在原位运算和图像边界处理方面比较困难,若把该提升格式和纯二维 Lazy 小波滤波器组以嵌套的形式组合,用于图像的小波变换,则上述问题可以迎刃而解,嵌套方式如图5所示。图像数据 $x_{lev-1LL}(n_1, n_2)$, $u_0 \leq n_1 < u_1$, $v_0 \leq n_2 < v_1$ (n_1 为行坐标, n_2 为列坐标) 为第 lev 级小波分解的输入数据,它是第 $lev-1$ 级小波分解的低频子带,若 $lev-1=0$, $x_{0LL}(n_1, n_2)$ 表示原始像块。 $x_{lev-1LL}(n_1, n_2)$ 经过图5的分解端完成第 lev 级小波分解,这里一级包

含两次分解,第一次分解产生高频子带信号 $x_{levH}(n_1', n_2')$ 和低频子带信号 $x_{levL}(n_1', n_2')$, 第二次分解把 $x_{levL}(n_1', n_2')$ 继续划分为次高频子带信号 $x_{levHL}(n_1'', n_2'')$ 和低频子带信号 $x_{levLL}(n_1'', n_2'')$ 。 $x_{levH}(n_1', n_2')$ 经过纯二维 Lazy 小波滤波器组的分解端仅仅是为了把数据分为两组,即 $x_{levHL}(n_1'', n_2'')$ 和 $x_{levLL}(n_1'', n_2'')$, 二者支撑区均为矩形,这样处理是为了数据存储和压缩编码的需要。否则,一般情况下, $x_{levH}(n_1', n_2')$ 难以获得规则的支撑区,以往的参考文献都通过将图像的行数和列数限制为 2^N (N 为非负整数) 来避开这个问题。

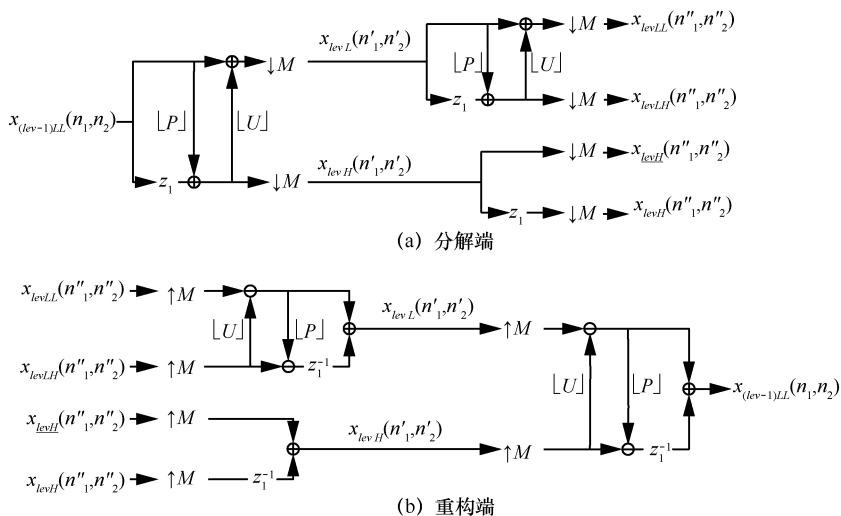


图5 提升格式与纯二维 Lazy 小波滤波器组的嵌套

第 lev 级分解产生的各子带信号的时域和频域关系如图 6 所示。图 6(a) 中各子带系数均统一在 $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$ 的坐标系中示意。把交织在一起的各子带系数分离开, 称为系数反交错, 将在第 3 节给出。小波分解时, 统一在 $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$ 的坐标系中计算各子带系数, 各子带系数互不重叠, 这种在统一坐标系下直接计算各子带小波系数的过程就是分解原位运算。同样, 小波重构时也有类似的原位运算, 叫做重构原位运算。

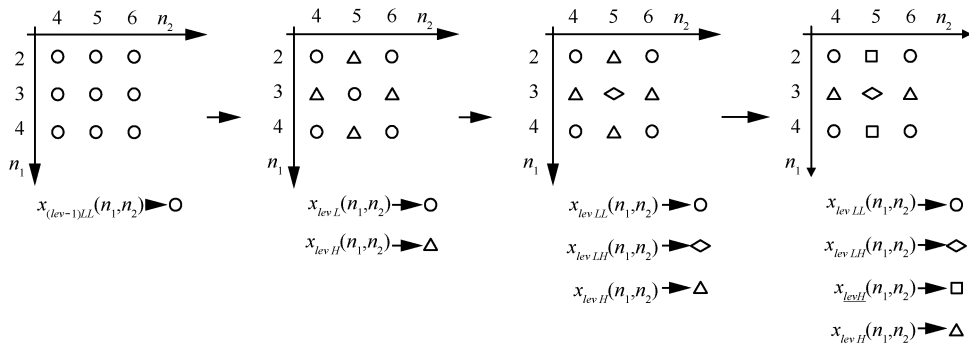
图 6(b) 中, 第 lev 级分解把 $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$ 的频带分成 3 个

子带, 第 $lev+1$ 级分解将对 $x_{levLL}(n_1, n_2)$ 的频带作类似的划分。各子带用不同的底色和数字示意。例如, $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$ 的频率域范围表示为 $1+2+3$ 。

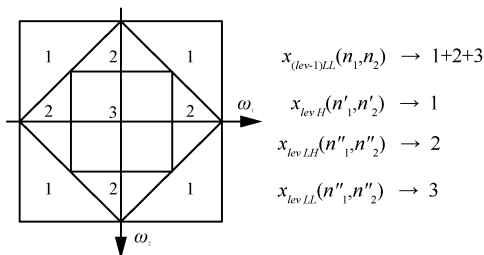
若要实现图像数据的多级分解, 只需要对低频子带重复利用图 5 的分解端即可, 重构端实现的功能恰好与分解端功能相反。

3 纯二维 5/3 小波变换规程

为了便于工程应用, 借鉴 JPEG2000 标准小波变换规



(a) 时域关系 (图形符号代表数据所在的坐标位置)



(b) 频域关系

图6 第 lev 级分解各子带信号时域与频域关系

程的优点,给出了图像的纯二维 5/3 小波变换规程。该规程包含分解级数的确定、纯二维 5/3 小波分解、边界对称延拓、分解原位运算、系数反交错、纯二维 5/3 小波重构、系数交错和重构原位运算 8 个部分。

3.1 分解级数的确定

假定 $x(n_1, n_2)$ 是经过 DC 层进和整数分量变换后的图像的像块(即 JPEG2000 定义的像块),像块的支撑区为 $m_0 \leq n_1 < m_1, n_0 \leq n_2 < n_1, m_0, m_1, n_0, n_1$ 可以取任意整数,令 $N_{\max_row} \setminus N_{\max_col}$ 为满足等式 $\left\lceil \frac{m_1}{2^{N_{\max_row}}} \right\rceil - \left\lceil \frac{m_0}{2^{N_{\max_row}}} \right\rceil = 1$ 、 $\left\lceil \frac{n_1}{2^{N_{\max_col}}} \right\rceil - \left\lceil \frac{n_0}{2^{N_{\max_col}}} \right\rceil = 1$ 的最小非负整数, ($\lceil \cdot \rceil$ 表示取大于“.”的最小整数),则该像块的最大分解级数为:

$$N_{L_max} = \min(N_{\max_row}, N_{\max_col}) \quad (1)$$

实际分解级数 $N_L \leq N_{L_max}$, 分解级数与子带总数的关系为 $2N_L + 1$, 分解级数与存储子带总数的关系为 $3N_L + 1$ 。

3.2 纯二维 5/3 小波分解

$x_{0LL}(n_1, n_2)$ 初始化为 $x(n_1, n_2)$, 当前分解级数为 lev , 若 $lev \leq N_L$, 分解继续, 否则分解结束。纯二维 5/3 小波分解(true 2-D 5/3 wavelet transform, T2DWT)规程如下。

```
lev=1 //将分解级数初始化为 1
 $x_{0LL}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2)$  //将  $x(n_1, n_2)$  存入  $x_{0LL}(n_1, n_2)$ 
LN1: if ( $lev > N_L$ ) Done //完成全部分解级数
else{ //下一级分解
    ( $u_0, u_1, v_0, v_1$ ) = SIZE( $x_{(lev-1)LL}$ ) //求  $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$  的支撑区
     $x_{ext} = 2D\_EXTD(x_{(lev-1)LL}, u_0, u_1, v_0, v_1)$  //边界对称延拓, 上下左右延拓值为 2、2、2、2
     $y = 2D\_FILTD1(x_{ext}, u_0, u_1, v_0, v_1)$  //第  $lev$  级的第一次分解原位运算
     $y_{ext} = 2D\_EXTD(y, u_0, u_1, v_0, v_1)$  //边界对称延拓, 上下左右延拓值为 2、2、2、2
     $z = 2D\_FILTD2(y_{ext}, u_0, u_1, v_0, v_1)$  //第  $lev$  级的第二次分解原位运算
    ( $x_{levLL}, x_{levLH}, x_{levHL}, x_{levHH}$ ) =  $2D\_DEINTERLEAVE(z, u_0, u_1, v_0, v_1)$  //系数反交错
     $lev = lev + 1$  //分解级数加 1
    go to LN1}
```

3.3 边界对称延拓

为了使小波分解前和分解后的数据量保持不变,且各子带边界处的小波系数值小,分解与重构过程均采用边界

对称延拓方式。以 u_0, u_1-1, v_0, v_1-1 为对称轴, 在支撑区 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1$ 范围内, $x_{ext}(n_1, n_2) = x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$, 在支撑区范围以外, $x_{ext}(n_1, n_2)$ 按式(2)计算:

$$x_{ext}(n_1, n_2) = x_{(lev-1)LL}(u_0 + \min(R0, S0 - R0), v_0 + \min(R1, S1 - R1)) \quad (2)$$

其中, $S0 = 2(u_1 - u_0 - 1), S1 = 2(v_1 - v_0 - 1), R0 = \text{mod}(n_1 - u_0, S0), R1 = \text{mod}(n_2 - v_0, S1)$ 。延拓后 $x_{ext}(n_1, n_2)$ 具有周期性, 行周期为 $S0$, 列周期为 $S1$ 。

实际运算中,只需要将 $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$ 上下左右延拓有限行或有限列,上下左右延拓的行数或列数分别表示为 $ext_{up}, ext_{down}, ext_{right}, ext_{left}$, 对于纯二维 5/3 小波各自的数值分别为 2、2、2、2。2D_EXTD 延拓例程采用折叠返回的形式,不仅可以实现对称延拓并且可以避免式(3)的复杂运算,尤其是当 $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$ 的尺寸小于分解低通滤波器尺寸时,折叠返回对称延拓可以使小波分解级数达到理论最大值 N_{L_max} 。边界对称延拓(2D_EXTD)规程如下。

```
 $x_{ext}(n_1, n_2) = x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$  //将  $x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2)$  存入  $x_{ext}(n_1, n_2)$ 
 $n_1 = u_0$  //行首地址
LN0:  $i = 1, j = v_0, dir = 1$  //第  $n_1$  行以  $v_0$  为对称轴向左延拓,扫描方向向右
LN1:  $j = j + dir$  //延拓样本列索引
 $x_{ext}(n_1, v_0 - i) = x_{ext}(n_1, j)$  //第  $n_1$  行向左延拓一个像素
 $i = i + 1$ 
if ( $i > ext_{left}$ ) goto LN2 //向左延拓结束
if ( $j == v_1 - 1$ )  $dir = -1$  //扫描达到第  $n_1$  行右端,扫描方向反转
else if ( $j == v_0$ )  $dir = 1$  //扫描达到第  $n_1$  行左端,扫描方向反转
goto LN1
LN2:  $i = 1, j = v_1 - 1, dir = -1$  //第  $n_1$  行以  $v_1 - 1$  为对称轴向向右延拓,扫描方向向左
LN3:  $j = j + dir$  //延拓样本列索引
 $x_{ext}(n_1, v_1 - 1 + i) = x_{ext}(n_1, j)$  //第  $n_1$  行向右延拓一个像素
 $i = i + 1$ 
if ( $i > ext_{right}$ ) goto LN4 //向右延拓结束
if ( $j == v_1 - 1$ )  $dir = -1$  //扫描达到第  $n_1$  行右端,扫描方向反转
else if ( $j == v_0$ )  $dir = 1$  //扫描达到第  $n_1$  行左端,扫描方向反转
goto LN3
LN4:  $j = j + dir$  //延拓样本列索引
```



LN4: $n_1=n_1+1$ //转向下一行

if ($n_1 < u_1$) goto LN0

$n_2=v_0-ext_{left}$ //列首地址

CN0: $i=1, j=u_0, dir=1$ //第 n_2 行以 u_0 为对称轴向上延拓, 扫描方向向下

CN1: $j=j+dir$ //延拓样本行索引

$x_{ext}(u_0-i, n_2)=x_{ext}(j, n_2)$ //第 n_2 行向上延拓一个像素

$i=i+1$

if ($i > ext_{up}$) goto CN2 //向上延拓结束

if ($j==u_1-1$) $dir=-1$ //扫描达到第 n_2 列下端, 扫描方向反转

else if ($j==u_0$) $dir=1$ //扫描达到第 n_2 列上端, 扫描方向反转

goto CN1

CN2: $i=1, j=u_1-1, dir=-1$ //第 n_2 列以 u_1-1 为对称轴向下延拓, 扫描方向向上

CN3: $j=j+dir$ //延拓样本行索引

$x_{ext}(u_1-1+i, n_2)=x_{ext}(j, n_2)$ //第 n_2 列向下延拓一个像素

$i=i+1$

if ($i > ext_{down}$) goto CN4 //向下延拓结束

if ($j==u_1-1$) $dir=-1$ //扫描达到第 n_2 列下端, 扫描方向反转

else if ($j==u_0$) $dir=1$ //扫描达到第 n_2 列上端, 扫描方向反转

goto CN3

CN4: $n_2=n_2+1$ //转向下一列

if ($n_2 < v_1+ext_{right}$) goto CN0

Done //结束

3.4 分解原位运算

对像块 x_{ext} 按照以下 5 步进行分解原位运算。步骤 1、步骤 2 为 2D_FILTD1 对数据进行第 lev 级一次分解原位运算, 步骤 3~步骤 5 为 2D_FILTD2 对数据进行第 lev 级二次分解原位运算。运算符 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取小于“ $\cdot$ ”的最大整数。

步骤 1 当 $u_0-1 \leq n_1 < u_1+1, v_0-1 \leq n_2 < v_1+1, n_1+n_2$ 为奇数时:

$$y(n_1, n_2) = \left\lfloor -\frac{1}{4} \left[x_{ext}(n_1-1, n_2) + x_{ext}(n_1+1, n_2) + x_{ext}(n_1, n_2+1) + x_{ext}(n_1, n_2-1) \right] \right\rfloor + x_{ext}(n_1, n_2) \quad (3)$$

步骤 2 当 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1, n_1+n_2$ 为偶数时:

$$y(n_1, n_2) = \left\lfloor \frac{1}{8} \left[y(n_1-1, n_2) + y(n_1+1, n_2) + y(n_1, n_2+1) + y(n_1, n_2-1) \right] \right\rfloor + x_{ext}(n_1, n_2) \quad (4)$$

$y(n_1, n_2), u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1$ 即 $x_{lev LL}(n_1, n_2)$ 和 $x_{lev HH}(n_1, n_2)$ 的交互排列, 排列方式如图 6 所示。

步骤 3 当 $u_0-1 \leq n_1 < u_1+1, v_0-1 \leq n_2 < v_1+1, n_1, n_2$ 为奇数时:

$$z(n_1, n_2) = \left\lfloor -\frac{1}{4} \left[y_{ext}(n_1+1, n_2+1) + y_{ext}(n_1-1, n_2+1) + y_{ext}(n_1-1, n_2-1) + y_{ext}(n_1+1, n_2-1) \right] \right\rfloor + y_{ext}(n_1, n_2) \quad (5)$$

步骤 4 当 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1, n_1, n_2$ 为偶数时:

$$z(n_1, n_2) = \left\lfloor \frac{1}{8} \left[z(n_1+1, n_2+1) + z(n_1-1, n_2+1) + z(n_1-1, n_2-1) + z(n_1+1, n_2-1) \right] \right\rfloor + y_{ext}(n_1, n_2) \quad (6)$$

步骤 5 当 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1, n_1+n_2$ 为奇数时:

$$z(n_1, n_2) = y_{ext}(n_1, n_2) \quad (7)$$

$z(n_1, n_2), u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1$ 即 $x_{lev LL}(n_1, n_2), x_{lev LH}(n_1, n_2)$ 和 $x_{lev HL}(n_1, n_2)$ 的交互排列, 排列方式如图 6 所示。

3.5 系数反交错

系数反交错如图 7 所示, 就是将第 lev 级原位运算得到的交错排列的小波系数 $z(n_1, n_2)$ 按坐标关系分解成互不交错的子带信号 $x_{lev LL}(n_1'', n_2''), x_{lev LH}(n_1'', n_2''), x_{lev HL}(n_1'', n_2'')$ 和 $x_{lev HH}(n_1'', n_2'')$ 的过程。第 lev 级各子带支撑区用 $x_{0LL}(n_1, n_2)$ 的支撑区可以统一表示如下:

$$\begin{aligned} x_{lev LL}(n_1'', n_2''), \left\lfloor \frac{m_0}{2^{lev}} \right\rfloor \leq n_1'' < \left\lfloor \frac{m_1}{2^{lev}} \right\rfloor, \\ \left\lfloor \frac{n_0}{2^{lev}} \right\rfloor \leq n_2'' < \left\lfloor \frac{n_1}{2^{lev}} \right\rfloor \\ x_{lev LH}(n_1'', n_2''), \left\lfloor \frac{m_0}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor \leq n_1'' < \left\lfloor \frac{m_1}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor, \\ \left\lfloor \frac{n_0}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor \leq n_2'' < \left\lfloor \frac{n_1}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor \\ x_{lev HL}(n_1'', n_2''), \left\lfloor \frac{m_0}{2^{lev}} \right\rfloor \leq n_1'' < \left\lfloor \frac{m_1}{2^{lev}} \right\rfloor, \\ \left\lfloor \frac{n_0}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor \leq n_2'' < \left\lfloor \frac{n_1}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor \\ x_{lev HH}(n_1'', n_2''), \left\lfloor \frac{m_0}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor \leq n_1'' < \left\lfloor \frac{m_1}{2^{lev}} - \frac{1}{2} \right\rfloor, \\ \left\lfloor \frac{n_0}{2^{lev}} \right\rfloor \leq n_2'' < \left\lfloor \frac{n_1}{2^{lev}} \right\rfloor \end{aligned} \quad (8)$$

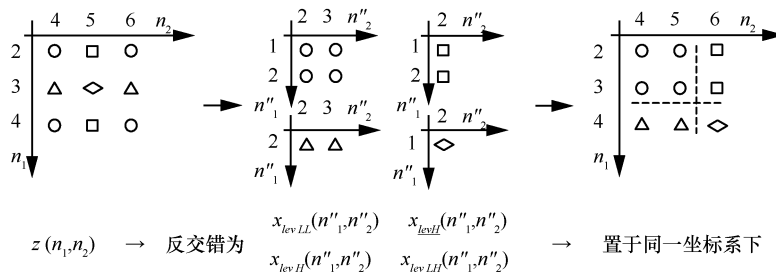


图7 系数反交错

由图7可见,若各子带置于同一坐标系下,可以保持小波分解前后的数据量不变。系数反交错结合上述坐标关系可以迅速定位各小波子带及代码块,这对于数据压缩是非常重要的。系数反交错(2D_DEINTERLEAVE)规程如下。

$n_1=u_0, n_2=v_0$ //行初始化,列初始化

LN0: if (n_1, n_2 是偶数) // x_{lev_LL} 子带系数反交错

$$x_{lev_LL} \left(\left\lfloor \frac{n_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{n_2}{2} \right\rfloor \right) = z(n_1, n_2)$$

if (n_1 是偶数, n_2 是奇数) // x_{lev_H} 子带系数反交错

$$x_{lev_H} \left(\left\lfloor \frac{n_1}{2} \right\rfloor - 1, \left\lfloor \frac{n_2}{2} \right\rfloor \right) = z(n_1, n_2)$$

if (n_1 是奇数, n_2 是偶数) // x_{lev_H} 子带系数反交错

$$x_{lev_H} \left(\left\lfloor \frac{n_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{n_2}{2} \right\rfloor \right) = z(n_1, n_2)$$

if (n_1, n_2 是奇数) // x_{lev_LH} 子带系数反交错

$$x_{lev_LH} \left(\left\lfloor \frac{n_1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{n_2}{2} \right\rfloor \right) = z(n_1, n_2)$$

$n_1=n_1+1$

if ($n_1 < u_1$) goto LN0 //转向下一行

$n_2=n_2+1$

if ($n_2 < v_1$) goto LN0 //转向下一列

Done

3.6 纯二维 5/3 小波重构

纯二维 5/3 小波重构(true 2-D 5/3 inverse wavelet transform, T2DIWT)规程如下。在 T2DIWT 规程中,将当前分解级数 lev 初始化为 N_L ,若 $lev > 0$,纯二维子带小波系数进行重构,否则重构结束,最后重构像块数据存入 $x(n_1, n_2)$ 。

重构过程中的对称延拓与分解过程中的对称延拓相同,可以直接利用第 3.3 节的规程,不再赘述。

$lev=N_L$ //将分解级数初始化为 N_L

LN1: if ($lev \neq 0$) {

$(u_0, u_1, v_0, v_1) = \text{SIZE}(x_{lev_LL}, x_{lev_LH}, x_{lev_HL}, x_{lev_HH})$ //求 $x_{(lev-1)LL}$ 的支撑区

$z = 2D_INTERLEAVE(x_{lev_LL}, x_{lev_LH}, x_{lev_HL}, x_{lev_HH}, u_0, u_1, v_0, v_1)$
//系数交错

$z_{ext} = 2D_EXTD(z, u_0, u_1, v_0, v_1)$ //边界对称延拓,上下左右延拓值为 2、2、2、2

$y = 2D_FILTR1(z_{ext}, u_0, u_1, v_0, v_1)$ //第 lev 级的第一次重构原位运算

$y_{ext} = 2D_EXTD(y, u_0, u_1, v_0, v_1)$ //边界对称延拓,上下左右延拓值为 2、2、2、2

$x_{(lev-1)LL} = 2D_FILTR2(y_{ext}, u_0, u_1, v_0, v_1)$ //第 lev 级的第二次重构原位运算

$lev=lev-1$ //下一级重构

go to LN1

}

else $x(n_1, n_2) = x_{0LL}(n_1, n_2)$ //重构像块数据存入 $x(n_1, n_2)$

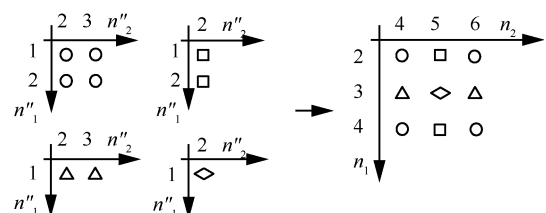
Done

3.7 系数交错

系数交错是系数反交错的反向操作,把各子带系数排列成相互交错的形式,如图 8 所示。系数交错(2D_INTERLEAVE)规程如下。

$n_1=u_0, n_2=v_0$ //行初始化,列初始化

LN0: if (n_1, n_2 是偶数) // x_{lev_LL} 子带系数交错



$$\begin{matrix} x_{lev_LL}(n''_1, n''_2) & x_{lev_LH}(n''_1, n''_2) \\ x_{lev_HL}(n''_1, n''_2) & x_{lev_HH}(n''_1, n''_2) \end{matrix} \xrightarrow{\text{交错为}} z(n_1, n_2)$$

图8 系数交错



$$z(n_1, n_2) = x_{levLL} \left(\left\lceil \frac{n_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{n_2}{2} \right\rceil \right)$$

if (n_1 是偶数, n_2 是奇数) // x_{levHL} 子带系数交错

$$z(n_1, n_2) = x_{levHL} \left(\left\lceil \frac{n_1}{2} \right\rceil - 1, \left\lceil \frac{n_2}{2} \right\rceil \right)$$

if (n_1 是奇数, n_2 是偶数) // x_{levLH} 子带系数交错

$$z(n_1, n_2) = x_{levLH} \left(\left\lceil \frac{n_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{n_2}{2} \right\rceil \right)$$

if (n_1, n_2 是奇数) // x_{levLL} 子带系数交错

$$z(n_1, n_2) = x_{levLL} \left(\left\lceil \frac{n_1}{2} \right\rceil, \left\lceil \frac{n_2}{2} \right\rceil \right)$$

$n_1 = n_1 + 1$

if ($n_1 < u_1$) goto LN0 // 转向下一行

$n_2 = n_2 + 1$

if ($n_2 < v_1$) goto LN0 // 转向下一列

Done

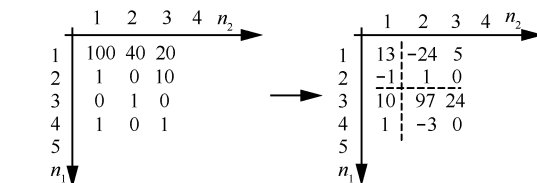
3.8 重构原位运算

对 z_{ext} 按照以下 5 步进行重构原位运算。步骤 1~步骤 3 为 2D_FILTR1 对数据进行第 lev 级一次重构原位运算, 步骤 4、步骤 5 为 2D_FILTR2 对数据进行第 lev 级二次重构原位运算。

步骤 1 当 $u_0 - 1 \leq n_1 < u_1 + 1, v_0 - 1 \leq n_2 < v_1 + 1, n_1, n_2$ 为偶数时:

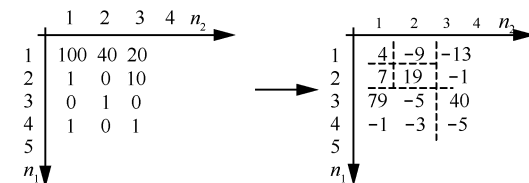
$$y(n_1, n_2) = - \left[\frac{1}{8} [z_{ext}(n_1 + 1, n_2 + 1) + z_{ext}(n_1 - 1, n_2 + 1) + z_{ext}(n_1 + 1, n_2 - 1) + z_{ext}(n_1 - 1, n_2 - 1)] \right] + z_{ext}(n_1, n_2) \quad (9)$$

步骤 2 当 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1, n_1, n_2$ 为奇数时:



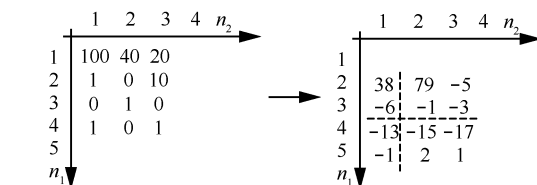
原始像块
左上角像素坐标 (奇数, 奇数)

各子带小波系数
最大分解级数为1级



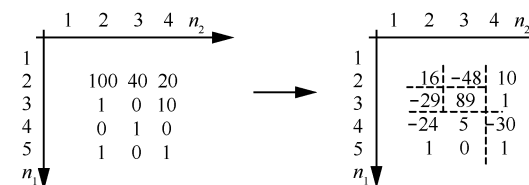
原始像块
左上角像素坐标 (奇数, 偶数)

各子带小波系数
最大分解级数为2级



原始像块
左上角像素坐标 (偶数, 奇数)

各子带小波系数
最大分解级数为1级



原始像块
左上角像素坐标 (偶数, 偶数)

各子带小波系数
最大分解级数为2级

图9 原始像块、各子带小波系数(最大分解级数)

$$y(n_1, n_2) = - \left[- \frac{1}{4} [y(n_1 + 1, n_2 + 1) + y(n_1 - 1, n_2 + 1) + y(n_1 + 1, n_2 - 1) + y(n_1 - 1, n_2 - 1)] \right] + z_{ext}(n_1, n_2) \quad (10)$$

步骤 3 当 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1, n_1 + n_2$ 为奇数时:

$$y(n_1, n_2) = z_{ext}(n_1, n_2) \quad (11)$$

$y(n_1, n_2), u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1$ 即 $x_{levLL}(n_1, n_2)$ 和 $x_{levHL}(n_1, n_2)$ 的交互排列, 排列方式如图 6 所示。

步骤 4 当 $u_0 - 1 \leq n_1 < u_1 + 1, v_0 - 1 \leq n_2 < v_1 + 1, n_1 + n_2$ 为偶数时:

$$x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2) = y_{ext}(n_1, n_2) - \left[\frac{1}{8} [y_{ext}(n_1 - 1, n_2) + y_{ext}(n_1 + 1, n_2) + y_{ext}(n_1, n_2 + 1) + y_{ext}(n_1, n_2 - 1)] \right] \quad (12)$$

步骤 5 当 $u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1, n_1 + n_2$ 为奇数时:

$$x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2) = y_{ext}(n_1, n_2) - \left[- \frac{1}{4} [x_{(lev-1)LL}(n_1 - 1, n_2) + x_{(lev-1)LL}(n_1 + 1, n_2) + x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2 + 1) + x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2 - 1)] \right] \quad (13)$$

$x_{(lev-1)LL}(n_1, n_2), u_0 \leq n_1 < u_1, v_0 \leq n_2 < v_1$ 即 lev 级重构数据。

4 纯二维 5/3 小波变换仿真实例以及其在 CT 图像压缩中的应用

4.1 纯二维 5/3 小波变换仿真实例

原始像块数据和小波系数如图 9 所示。在原始像块数据左上角像素坐标(n_1, n_2)取值分别为 (奇数, 奇数)、(奇数, 偶数)、(偶数, 奇数)、(偶数, 偶数) 的情况下, 按最大分解级数分解, 各子带小波数据按图 9 统一坐标系下的方式排列。可见相同数据块在不同坐标位置下, 最大分解级数和

小波系数是不同的。

由于本文规程可以实现任意行、任意列、坐标起点在坐标平面任意位置像块的纯二维 5/3 小波分解,对应的像块总共 16 种情况,在这里只罗列了 4 种,其他情况下的小波分解可以用该规程获取。

4.2 纯二维 5/3 小波变换在 CT 图像压缩中的应用

均匀抽取 5 幅患有肺癌的肺部 CT 图像,源图像如图 10 所示,图像顶端数字为图像的序号,图像行列尺寸为 512 dpi × 512 dpi,每个像素的值用 2 byte 存储(CT 图像来源于日本医院)。

把 CT 图像按纯二维 5/3 小波变换规程实现 5 级分解(更大级数分解对数据压缩效果不明显),将各子带小波系数划分为代码块,代码块尺寸为 32 dpi × 32 dpi,每个代码块按 JPEG2000 标准的低频子带比特面编码模型生成上下文索引和比特对(CX, bit),然后压入算术编码器 MQ 生成压缩码流。CT 图像的无损压缩效果见表 1。作为对比,表 1 中还给出了采用二维可分离 5/3 小波变换实现的 CT 图像无损压缩效果,相同图像的分解级数和代码块大小相同,代码块的处理方式与 JPEG2000 标准相同。

实验数据显示,纯二维 5/3 小波变换在压缩率方面均高于二维可分离 5/3 小波变换。对于每一幅 CT 图像,纯二维 5/3 小波变换在压缩后字节大小比二维可分离 5/3 小波变换的字节大小平均少 1 989.9 byte。由此可见,纯二维 5/3 小波

变换在 CT 图像无损压缩中比二维可分离 5/3 小波变换更具优势。

解压过程是压缩过程的反向操作。在 CT 图像无损压缩的过程中,没有量化部分和分量变换部分,解压过程也就相应地没有反量化部分和分量反变换部分。量化作为一种减少数据量的手段,常用于有损压缩,其对数据的处理是多对一的映射过程,该过程不可逆,将产生量化损失,不能用于无损压缩;分量变换是将输入图像由 RGB 3 种分量信号变换成 Y、U、V 3 种分量信号,降低数据色度空间的相关性。CT 图像本身就是只含 Y 分量的亮度图像,不必再使用分量变换。

图 11 是 CT 图像无损压缩的解压流程,其主要分为如下 3 个步骤。

步骤 1 压缩码流进行熵解码。熵解码由 MQ 算术解码器和逆二值化两部分组成,码流经过 MQ 解码器解出二值信号(0 或 1),这些二值信号再经过与编码端相同的编码模型(JPEG2000 标准的子带比特面编码模型)进行逆二值化处理,得到多值信号,也就是压缩前的纯二维 5/3 小波变换系数。

步骤 2 小波变换系数进行纯二维 5/3 小波反变换,得到 DC 电平位移后的图像像素值。

步骤 3 进行反向 DC 电平位移,恢复图像原始的像素值。

CT 图像在无损压缩时,要先对其像素值(0~2¹⁶-1)进行 DC 电平位移,使像素值的动态范围以 0 值为中心对称。具体的

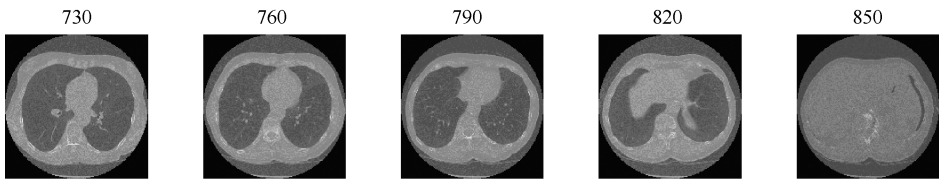


图 10 5 幅肺部 CT 源图像

表 1 两种小波变换对 CT 图像无损压缩比较

两种方案的共性数据		纯二维 5/3 小波变换		二维可分离 5/3 小波变换		压缩后字节数比较/byte
CT 图像编号	压缩前字节数/byte	压缩后字节数/byte	压缩率	压缩后字节数/byte	压缩率	
730	512×512×2	235 855	2.222 9	238 147	2.201 5	2 292
760	512×512×2	237 556	2.207 0	239 872	2.185 7	2 316
790	512×512×2	233 928	2.241 2	235 759	2.223 8	1 831
820	512×512×2	239 521	2.188 9	241 479	2.171 2	1 958
850	512×512×2	256 132	2.046 9	257 684	2.034 6	1 552

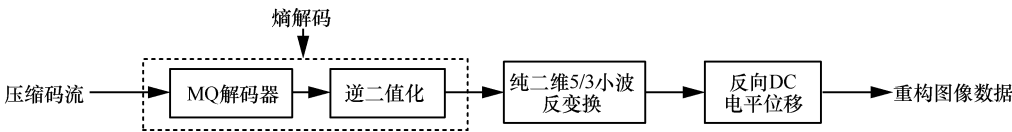


图 11 CT 图像无损压缩的解压流程



操作是对像素值减去 2^{p-1} (p 表示图像位深), CT 图像位深为 16 byte, 像素值减去 2^{16-1} , 像素值处于 $(-2^{16-1}, 2^{16-1}-1)$ 范围内。

解压过程的最后, 需要进行反向 DC 电平位移, 即需加上 2^{16-1} , 才是原始的像素值。

5 结束语

本文给出了数据量保持型、任意行、任意列、任意空间位置图像数据最大级数的纯二维 5/3 小波变换及实现规程。该规程可以推广应用于所有提升格式实现的纯二维双正交小波变换, 针对于某一种特定的纯二维小波变换, 只须重新设定延拓的行数和列数以及第 3.4 节和第 3.8 节分解原位运算和重构原位运算的计算式即可。对 CT 图像无损压缩的仿真实验显示, 纯二维 5/3 小波变换在压缩效果方面优于二维可分离 5/3 小波变换。

参考文献:

- [1] 孙超, 姜守达, 王建峰. 一种基于 EBCOT 的感兴趣区图像编码算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(5): 650-654.
SUN C, JIANG S D, WANG J F. A region-of-interest image coding algorithm based on EBCOT [J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(5): 650-654.
- [2] 李进, 韩双丽, 吕增明, 等. 整数小波域张量 Tucker 分解的多光谱图像压缩[J]. 光电子·激光, 2012, 23(12): 2418-2425.
LI J, HAN S L, LU Z M, et al. Multi-spectral image compression based on Tucker decomposition in integer wavelet domain[J]. Journal of Optoelectronics·Laser, 2012, 23(12): 2418-2425.
- [3] ISO/IEC. Information technology-JPEG2000 image coding system-part 1: core coding system: 15444-1:2000[S]. 2000.
- [4] 陈靖, 刘京, 曹喜信. 深入理解视频编码技术——基于 H.264 标准及参考模型[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012.
CHEN J, LIU J, CAO X X. In-depth understanding of video coding technology-based on the H.264 standard and reference model[M]. Beijing: Beihang University Press, 2012.
- [5] 韩晓军. 数字图像处理技术与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.
HAN X J. Digital image processing technology and application[M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2009.
- [6] 姚庆栋, 毕厚杰, 王兆华, 等. 图像编码基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
YAO Q D, BI H J, WANG Z H, et al. Image encoding foundation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [7] 胡许明, 张登福, 南栋, 等. 基于人眼视觉特性的图像视觉质量评价方法[J]. 计算机应用, 2012, 32(7): 1882-1884.
HU X M, ZHANG D F, NAN D, et al. Method of image visual quality evaluation based on human visual characteristics [J]. Journal of Computer Applications, 2012, 32(7): 1882-1884.
- [8] 罗四维. 视觉感知系统信息处理理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.
LUO S W. Theory of visual perception system information processing[M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2006.
- [9] 徐妮妮, 侯正信, 王兆华. 纯二维全相位滤波器组及其在图像压缩中的应用[J]. 光电子·激光, 2007, 18(5): 608-611.
XU N N, HOU Z X, WANG Z H. Pure 2-D all phase filter bank and its application for image compression[J]. Journal of Optoelectronics·Laser, 2007, 18(5): 608-611.
- [10] 侯正信, 王成优, 郭迎春. 提升小波变换二叉树图像编码算法[J]. 天津大学学报, 2007, 40(2): 1409-1415.
HOU Z X, WANG C Y, GUO Y C. Binary tree image coding algorithm based on wavelet transform via lifting scheme [J]. Journal of Tianjin University, 2007, 40(2): 1409-1415.
- [11] 侯正信, 郭岩松, 刘建中, 等. 全相位双正交五株形滤波器组的设计与应用[J]. 天津大学学报, 2012, 45(1): 87-94.
HOU Z X, GUO Y X, LIU J Z, et al. Design and application of all phase biorthogonal quincunx filter banks [J]. Journal of Tianjin University, 2012, 45(1): 87-94.
- [12] DAOBECHIES I, SWELDENS W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 1998, 4(3): 247-269.
- [13] MOHANTY B K, MEHER P K. Memory efficient modular VLSI architecture for high-throughput and low-latency implementation of multilevel lifting 2-D DWT[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2072-2084.
- [14] WANG C Y. Bayer patterned image compression based on wavelet transform and all phase interpolation [C]//The 11th International Conference on Signal Processing, Oct 21-25, 2012, Beijing, China. New Jersey: IEEE Press, 2012: 708-711.

[作者简介]



徐妮妮(1974-), 女, 博士, 天津工业大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为小波变换、视频图像编解码。

张明明(1990-), 男, 天津工业大学硕士生, 主要研究方向为视频编解码、静态图像压缩。

汪剑鸣(1974-), 男, 博士, 天津工业大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为计算机视觉及应用、智能信息处理技术及系统。